991. 有理型函數ノ除外値ニツイテ

遠木　幸成（阪大）

當分ノ函數學カラ遠ザカルタメニ，コノ二思ヒ出スマヽニ書留メテ置キタイト思ヒマス。時間ガナイタメニ熟慮出來ナイノデ誤リヲ犯シテヰルカモ知レナイト心配致シマスガ多少ナリトモ諸賢ノ御參考ニナレバ大幸ニ存ジマス。

$w=f(z)$ ヲ $|z|<\infty$ ニ於テ有理型函數トスルトキ一ツノ値 α ガ Nevanlinna ノ意味デ除外値デアルトイフノハ

$$\lim_{r\to\infty} T(r,f)=\infty \quad \text{ナルトキ}$$

$$\varliminf_{r\to\infty} \frac{m(\alpha,r)}{T(r,f)}>0$$

ヲ満足スルトキデアル。

αガ除外値ナラザルタメノ十分條件ヲ$w=f(z)$ノ逆函數ノリーマン面ノ狀態ニ於テ求メテミマス。コレラニ關シテハ H. Cartan, H. Selberg 及ビ角谷氏等ノ研究ガアリマス。角谷氏ノ十分條件ハ前ニ者ノソレヨリモ拡張サレテ居マスガココニハ更ニ拡張致シマス。

$\boxed{\text{定理}}$ $w=f(z)$ヲ$|z|<\infty$デ有理型トスル、若シモW平面上ニ於テ一ツノ値αガ存在シテαヲ中心トシ半徑ρナル円板上ニアル$w=f(z)$ノ逆函數$z=\varphi(w)$ノリーマン面ノ各成分ガスベテ高々λ葉(λハ有限ナル定數トス)ナル如キ正數ρガ存在スレバαハ除外値デハアリ得ナイ。

〔証明〕 W平面ヲ Grundfläche トシ$|z|<r$ニ對應スル$z=\varphi(w)$ノリーマン面ヲ Überlagerungsfläche トシ且ツ$|w-\alpha|<\dfrac{\rho}{2}$ナル円ヲ$D$トスル$D$上ノ Insel ノ平均枚數$n(D,r)$トシ Zunge ノ平均枚數ヲ$m(D,r)$トシ又$W$平面全体ノ上ノ平均枚數ヲ$S(r)$トシ relativ Rand ヲ$L(r)$トスレバ Ahlfors ノ定理ニヨリ(但シ計量ハリーマン球上デ考ヘル)

$$|n(D,r)+m(D,r)-S(r)|\leqq hL(r)$$

但シhハ Grundfläche ダケニ關スル常數デアル。

故ニ $S(r)-n(D,r)\leqq hL(r)+m(D,r)\cdots\cdots\cdots(A)$

円$|w-\alpha|<\rho$ノ上ニアル$z=\varphi(w)$ノリーマン面ノ成分ニシテD上ノ Zunge ヲ含ムトキハコノ成分ニ含マレル

relativ Rand ノ長サハ ρ ヨリ大デアルコトヲ考ヘレバ $m(D,r) \leqq \frac{\lambda}{\rho} L(r)$

故ニ (A) ハ

$$S(r) - n(D,r) \leqq \left(h + \frac{\lambda}{\rho}\right) L(r)$$

故ニ

$$\int_0^r \frac{S(r)}{r} dr - \int_0^r \frac{n(D,r)}{r} dr \leqq \left(h + \frac{\lambda}{\rho}\right) \int_0^r \frac{L(r)}{r} dr$$

然ルニ清水—Ahlfors ノ関係式ニヨリ

$$T(r,f) = \int_0^r \frac{S(r)}{r} dr + O(1)$$

又 $N(\alpha,r) = \int_0^r \frac{n(\alpha,r)}{r} dr \geqq \int_0^r \frac{n(D,r)}{r} dr$

$$\therefore \quad T(r,f) - N(\alpha,r) \leqq \left(h + \frac{\lambda}{\rho}\right) \int_0^r \frac{L(r)}{r} dr + O(1)$$

$$\therefore \quad \varliminf_{r\to\infty} \left(1 - \frac{N(\alpha,r)}{T(r,f)}\right) = \varliminf_{r\to\infty} \frac{m(\alpha,r)}{T(r,f)}$$

$$\leqq \left(h + \frac{\lambda}{\rho}\right) \varliminf_{r\to\infty} \left[\left(\int_0^r \frac{L(r)}{r} dr + O(1)\right) \Big/ T(r,f)\right]$$

然ルニ Dinghas ニヨリ $\varliminf_{r\to\infty} \dfrac{\int_0^r \frac{L(r)}{r} dr}{T(r,f)} = 0$ ナルコトガ証明サレテヰル。故ニ

$$\varliminf_{r\to 0} \frac{m(\alpha,r)}{T(r,f)} = 0 \qquad \text{(証了)}$$

尚他ニ若干述ベタイコトモアリマスガ時間ガナイタメニ若

シモ今後機會ガアレバ述ベタイト思ヒマス。